

Devoir à la Maison de Physique – DM n°1

Exercice I : Analyse dimensionnelle dans le système international. 10pts

I.1 Constantes fondamentales de la physique

a) L'équation d'état des gaz parfaits s'écrit  $PV = nRT$ , où  $P$  désigne la pression,  $V$  le volume,  $T$  la température,  $n$  le nombre de moles et  $R$  la constante des gaz parfaits. Trouver la dimension de  $R$ .

$$[R] = ML^2T^{-2}N^{-1}\Theta^{-1}$$

2pts

b) La force de gravitation  $F_g$  entre deux corps de masse  $m$  et  $m'$  distants de  $r$  s'écrit  $F_g = G \frac{mm'}{r^2}$ ,

où  $G$  est la constante de gravitation. Trouver la dimension de  $G$ .

$$[G] = M^{-1}L^3T^{-2}$$

2pts

c) L'énergie d'un photon de fréquence  $\nu$  s'écrit  $\mathcal{E} = h\nu$ , où  $h$  est la constante de Planck. Trouver la dimension de  $h$ .

$$[h] = ML^2T^{-1}$$

2pts

I.2 Equations aux dimensions

a) La fréquence  $f$  du son émis par une corde vibrante est donnée par  $f = C\ell^\alpha m^\beta F^\delta$ , où  $C$  est une constante sans dimension,  $m$  la masse de la corde,  $\ell$  sa longueur et  $F$  la force qui la tend. Déterminer  $\alpha, \beta$  et  $\delta$  à l'aide de l'équation aux dimensions de  $f$ .

$$\alpha = -1/2, \beta = -1/2, \delta = 1/2$$

2pts

b) On considère un pendule simple constitué d'un fil de longueur  $\ell$  et d'une masse  $m$ . La période d'oscillation  $T$  du pendule est donnée par  $T = 2\pi\ell^\alpha m^\beta g^\delta$ , où  $g$  le champ de pesanteur terrestre. Déterminer  $\alpha, \beta$  et  $\delta$  à l'aide de l'équation aux dimensions de  $T$ .

$$\alpha = 1/2, \beta = 0, \delta = -1/2$$

2pts

## Exercice II : Calculs d'incertitude. 9pts

On considère un ressort de constante de raideur  $K$  suspendu à la verticale, auquel on accroche une masse  $m$ . Sous l'effet de cette masse le ressort s'allonge. L'élongation  $Z$  s'écrit  $Z = mg / K$ , où  $g$  est le champ de pesanteur terrestre. On donne  $K = 250 \text{ N.m}^{-1}$  et  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ .

- a) Calculer  $m$  sachant que l'on mesure une élongation  $Z = 5,5 \text{ cm}$ .

$$m = 1,4 \text{ kg}$$

1pt

- b) Calculer les incertitudes absolue  $\Delta m$  et relative  $\Delta m / m$ , sachant que l'élongation a été mesurée avec une précision de  $\Delta Z = 0,1 \text{ cm}$  et que la constante de raideur est connue à  $\pm \Delta K = 5 \text{ N.m}^{-1}$  près. On considèrera qu'il n'y a pas d'incertitude sur la valeur de  $g$ .

$$\Delta m = \frac{1}{g} (\Delta K \cdot Z + K \cdot \Delta Z) = 0,053 \text{ kg}$$

1pt+1pt

$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{\Delta K}{K} + \frac{\Delta Z}{Z} = 0,04$$

1pt+1pt

- c) On s'intéresse maintenant aux oscillations verticales de la masse autour de sa position d'équilibre. Sa période d'oscillation  $T$  s'écrit  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$ . Calculer  $T$  en utilisant la valeur de  $m$  calculée à la question a).

$$T = 0,47 \text{ s}$$

1pt

- d) Quelle est l'incertitude relative  $\Delta T / T$  correspondante?

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{1}{2} \frac{\Delta K}{K} + \frac{1}{2} \frac{\Delta m}{m} = 0,03$$

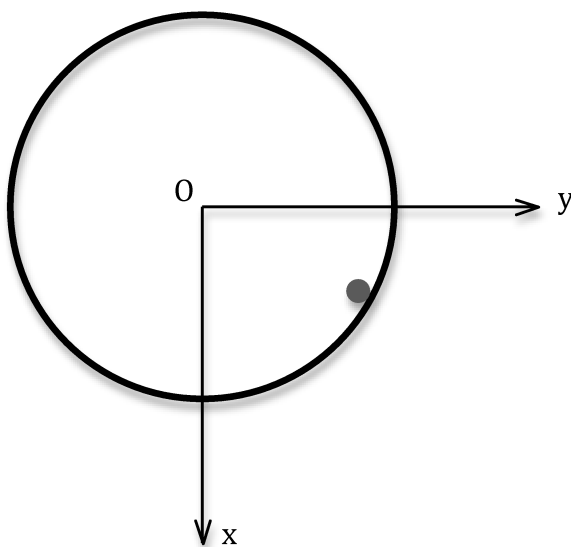
2pt+1pt

1pt pour la présentation

## DEVOIR MAISON

---

On considère le mouvement d'une bille de masse  $m$  (assimilée à un point matériel  $M$ ), astreinte à se déplacer sur un rail circulaire contenu dans un plan vertical. Ce mouvement s'effectue sans frottement.



1- Faire apparaître sur le schéma du système les forces s'appliquant sur  $M$ . On notera  $\theta$  l'angle repérant la position de  $M$  par rapport à l'axe  $(Ox)$ , et  $R$  le rayon de courbure du rail. **(1)**

- Poids **P**

- réaction normale du guide **R**

2- Comment s'expriment les puissances relatives à chacune de ces forces ? **(2)**

$$P_R = \mathbf{R} \cdot \mathbf{v} = 0$$

$$P_P = \mathbf{P} \cdot \mathbf{v}$$

**(1)** - Projections de **P** et **v** suivant  $(Ox)$  et  $(Oy)$

**(2)** - On en déduit  $P_p = -mgR\dot{\theta}\sin\theta$

3- En déduire l'énergie potentielle  $E_p$  de la bille pour une position quelconque sur le rail.

**(1)** - **P** force conservative dérive d'une énergie potentielle

$$\mathbf{(2)} \quad P_p = -\frac{dE_p}{dt}$$

**(2)** - On en déduit  $E_p = -mgR\cos\theta$

4- Représenter la variation de  $E_p(\theta)$  pour  $\theta$  variant de  $-\pi$  à  $\pi$  en mettant en évidence les valeurs minimale  $E_{p\min}$  et maximale  $E_{p\max}$ .

**(2)** - Tracé

$$E_{p\min} = -mgR \quad E_{p\max} = mgR$$

5- Quel est la nature du mouvement de la bille si son énergie mécanique  $E_m$  est comprise entre  $E_{pmin}$  et  $E_{pmax}$  ? Montrer sur le graphe précédent comment l'angle maximum atteint par la bille peut être déduit de la valeur de  $E_m$ .

(1) - conservation de l'énergie mécanique (pas de frottements) :  $E_m = E_c + E_p = cste$

(2) - On repère sur le graphe ci-dessus la valeur de  $E_m$ . L'énergie cinétique de la bille est nulle pour les valeurs de  $\theta$  correspondant à  $E_p = E_m$ .

(1) - Mouvement oscillatoire.

6- Quel est la nature du mouvement de la bille dans le cas où  $E_m$  est égale à  $E_{pmin}$  ?

(1) Mouvement stationnaire stable

7- Enfin, que se passe-t-il si  $E_m$  est égale à  $E_{pmax}$ , et si elle est légèrement supérieure ?

(1) si  $E_m$  est égale à  $E_{pmax}$  mouvement stationnaire instable

(1) si  $E_m$  est supérieure à  $E_{pmax}$  mouvement de révolution